**Bài 1.9 (trang 02)**

Theo đề:

Ta có:

Vậy sai số tương đối của phép đo là 4%

**Bài 2.6a (trang 03)**

. Dễ thấy, liên tục

Phương pháp chia đôi:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | a | b | c | f(c) | |f(c)|< | f(a).f(c) |
| 0 | 1 | 2 | 1,5 | -1,0233 | NO | > 0 |
| 1 | 1,5 | 2 | 1,75 | -0,3046 | NO | > 0 |
| 2 | 1,75 | 2 | 1,875 | 0,1944 | NO | < 0 |
| 3 | 1,75 | 1,875 | 1,8125 | -0,0683 | NO | > 0 |

Phương pháp lặp:

. Chọn x0 = 1,5

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| k | xk | f(xk) | |f(xk)| < |
| 0 | 1,5 | -1,0233 | NO |
| 1 | 1,7057 | -0,4572 | NO |
| 2 | 1,7855 | -0,1735 | NO |
| 3 | 1,8142 | -0,0615 | NO |

Phương pháp tiếp tuyến:

; f’(x) và f’’(x) không đổi dấu trên [1,2]

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| k | xk | f(xk) | |f(xk)| < |
| 0 | 1,5 | -1,0233 | NO |
| 1 | 1,9565 | 0,5798 | NO |
| 2 | 1,8415 | 0,0502 | NO |
| 3 | 1,8295 | 0,0005 | YES |

Vậy nghiệm của phương trình là 1,8295

Phương pháp cát tuyến:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | a | b |  |  |  |  |
| 0 | 1 | 2 | 1,6783 | -0,5457 | NO | > 0 |
| 1 | 1,6783 | 2 | 1,8081 | -0,0858 | NO | > 0 |
| 2 | 1,8081 | 2 | 1,8265 | -0,0118 | YES | > 0 |
| 3 | 1,8265 | 2 | 1,829 | -0,0016 | YES | > 0 |

Vậy nghiệm của phương trình là 1,829

Kết luận: ở bài 2.6a, phương pháp chia đôi và phương pháp lặp không cho ra nghiệm sau 3 bước lặp, phương pháp tiếp tuyến cho nghiệm với sai số nhỏ hơn so với phương pháp cát tuyến.

**Bài 2.6b**

. Dễ thấy, liên tục

Phương pháp chia đôi:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | a | b | c | f(c) | |f(c)|< | f(a).f(c) |
| 0 | 0 | 1 | 0,5 | -0,1271 | NO | > 0 |
| 1 | 0,5 | 1 | 0,75 | 0,2093 | NO | < 0 |
| 2 | 0,5 | 0,75 | 0,625 | 0,0498 | NO | < 0 |
| 3 | 0,5 | 0,625 | 0,5625 | -0,0365 | NO | > 0 |

Phương pháp lặp:

. Chọn x0 = 0,5

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| k | xk | f(xk) | |f(xk)| < |
| 0 | 0,5 | -0,1271 | NO |
| 1 | 0,7352 | 0,1913 | NO |
| 2 | 0,3994 | -0,2819 | NO |
| 3 | 0,9445 | 0,4214 | NO |

Phương pháp tiếp tuyến:

; f’(x) và f’’(x) không đổi dấu trên [0,1]

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| k | xk | f(xk) | |f(xk)| < |
| 0 | 0,5 | -0,1271 | NO |
| 1 | 0,5856 | -0,004 | YES |

Vậy nghiệm của phương trình là 0,5856

Phương pháp cát tuyến:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | a | b |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 1 | 0,6786 | 0,1204 | NO | < 0 |
| 1 | 0 | 0,6786 | 0,6057 | 0,0236 | YES | < 0 |

Vậy nghiệm của phương trình là 0,6057

Kết luận: ở bài 2.6b, phương pháp chia đôi và phương pháp lặp không cho ra nghiệm sau 3 bước lặp, phương pháp tiếp tuyến cho nghiệm với sai số nhỏ hơn so với phương pháp cát tuyến.

**Bài 2.6c**

. Dễ thấy, liên tục

Phương pháp chia đôi:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | a | b | c | f(c) | |f(c)|< | f(a).f(c) |
| 0 | 1,25 | 1,5 | 1,375 | -0,0503 | NO | > 0 |
| 1 | 1,375 | 1,5 | 1,4375 | 0,0791 | NO | < 0 |
| 2 | 1,375 | 1,4375 | 1,4062 | 0,0178 | YES | < 0 |

Vậy nghiệm của phương trình là 1,4062

Phương pháp lặp:

. Chọn x0 = 1,3

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| k | xk | f(xk) | |f(xk)| < |
| 0 | 1,3 | -0,2486 | NO |
| 1 | 1,3847 | -0,0284 | YES |

Vậy nghiệm của phương trình là 1,3847

Phương pháp tiếp tuyến:

; f’(x) và f’’(x) không đổi dấu trên [1,25;1,5]

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| k | xk | f(xk) | |f(xk)| < |
| 0 | 1,3 | -0,2486 | NO |
| 1 | 1,3818 | -0,0348 | NO |
| 2 | 1,3973 | -0,0009 | YES |

Vậy nghiệm của phương trình là 1,3973

Phương pháp cát tuyến:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | a | b |  |  |  |  |
| 0 | 1,25 | 1,5 | 1,4234 | 0,0522 | NO | < 0 |
| 1 | 1,25 | 1,4234 | 1,4041 | 0,0134 | YES | < 0 |

Vậy nghiệm của phương trình là 1,4041

Kết luận: ở bài 2.6c, cả 4 phương pháp đều cho ra nghiệm, phương pháp tiếp tuyến cho ra nghiệm với sai số nhỏ nhất.

**Bài 2.6d**

. Dễ thấy, liên tục

Phương pháp chia đôi:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | a | b | c | f(c) | |f(c)|< | f(a).f(c) |
| 0 | 1 | 1,2 | 1,1 | -0,0844 | NO | < 0 |
| 1 | 1 | 1,1 | 1,05 | 0,0831 | NO | > 0 |
| 2 | 1,05 | 1,1 | 1,075 | 0,0015 | YES | > 0 |

Vậy nghiệm của phương trình là 1,075

Phương pháp lặp:

. Chọn x0 = 1,1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| k | xk | f(xk) | |f(xk)| < |
| 0 | 1,1 | -0,0844 | NO |
| 1 | 1,0762 | -0,0026 | YES |

Vậy nghiệm của phương trình là 1,0762

Phương pháp tiếp tuyến:

; f’(x) và f’’(x) không đổi dấu trên [1;1,2]

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| k | xk | f(xk) | |f(xk)| < |
| 0 | 1,1 | -0,0844 | NO |
| 1 | 1,0761 | -0,002 | YES |

Vậy nghiệm của phương trình là 1,0761

Phương pháp cát tuyến:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | a | b |  |  |  |  |
| 0 | 1 | 1,2 | 1,066 | 0,0313 | NO | > 0 |
| 1 | 1,066 | 1,2 | 1,0743 | 0,0038 | YES | > 0 |

Vậy nghiệm của phương trình là 1,0743

Kết luận: ở bài 2.6d, cả 4 phương pháp đều cho ra nghiệm, phương pháp chia đôi cho ra nghiệm với sai số nhỏ nhất.

**Bài 3.3a**

⇒

**Phương pháp lặp**

Đặt . Ta được:

**Phương pháp Seidel**

Đặt **,** .

Ta được:

**Nhận xét:** phương pháp Seidel cho ra nghiệm chính xác hơn với số lần lặp ít hơn

**Bài 3.3b**

⇒

**Phương pháp lặp**

Đặt . Ta được:

**Phương pháp Seidel**

Đặt **,** .

Ta được:

**Nhận xét:** phương pháp Seidel cho ra nghiệm chính xác hơn

**Bài 3.3c**

⇒

**Phương pháp lặp**

Đặt . Ta được:

**Phương pháp Seidel**

Đặt **,** .

Ta được:

**Nhận xét:** cả hai phương pháp đều không cho ra nghiệm

**Bài 3.3d**

⇒

**Phương pháp lặp**

Đặt . Ta được:

**Phương pháp Seidel**

Đặt **,** .

Ta được:

**Nhận xét:** phương pháp Seidel cho ra nghiệm chính xác hơn

**Bài 4.2 (trang 07)**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 2 | 5 | 6,5 |
| f(x) | 5 | 3,7 | 5,3 | 4,2 |

Tính xấp xỉ f(1) bằng đa thức bậc 1

Chọn bộ dữ liệu và

Đặt: ,

Ta được: A = X-1Y = [5; -0,65]T. Vậy f(1) = 5 – 0,65 x 1 = 4,35

Tính xấp xỉ f(3) bằng đa thức bậc 1

Chọn bộ dữ liệu và

Đặt: ,

Ta được: A = X-1Y = [2,6333; 0,5333]T. Vậy f(3) = 2,6333 + 0,5333 x 3 = 4,2332

Tính xấp xỉ f(6) bằng đa thức bậc 1

Chọn bộ dữ liệu và

Đặt: ,

Ta được: A = X-1Y = [8,9667; -0,7333]T. Vậy f(6) = 8,9667 – 0,7333 x 6 = 4,5669

Tính xấp xỉ f(1), f(3), f(6) bằng đa thức bậc 3

Chọn bộ dữ liệu: ; ;

;

Đặt: ,

Ta được: A = X-1Y = [5; -1,9205; 0,7947; -0,0797]T

f(1) = 5 + (-1,9205)1 + 0,7947x12 + (-0,0797)13 = 3,7945

f(3) = 5 + (-1,9205)3 + 0,7947x32 + (-0,0797)33 = 4,2389

f(6) = 5 + (-1,9205)6 + 0,7947x62 + (-0,0797)63 = 4,871

**Bài 4.3a (trang 07)**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | 3 | 5 | 7 |
| f(x) | 1 | 12 | 8 | 16 |

Đa thức Lagrange bậc 3:

Vậy f(2) = 10,0625; f(4) = 10,1875; f(6) = 8,8125.

Đa thức Newton bậc 3:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | TSP1 | TSP2 | TSP3 |
| 1 | 1 |  |  |  |
|  |  | 5,5 |  |  |
| 3 | 12 |  | -1,875 |  |
|  |  | -2 |  | 0,5625 |
| 5 | 8 |  | 1,5 |  |
|  |  | 4 |  |  |
| 7 | 16 |  |  |  |

Vậy f(2) = 10,0625; f(4) = 10,1875; f(6) = 8,8125.

**Bài 4.3b**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1,5 | 3,4 | 5,1 | 6,8 |
| f(x) | 2,2 | 7,6 | 4,8 | 9,5 |

Đa thức Lagrange bậc 3:

Vậy f(2) = 5,5356; f(4) = 6,6416; f(6) = 5,4524.

Đa thức Newton bậc 3:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | TSP1 | TSP2 | TSP3 |
| 1,5 | 2,2 |  |  |  |
|  |  | 54/19 |  |  |
| 3,4 | 7,6 |  |  |  |
|  |  | -28/17 |  | 0,4801 |
| 5,1 | 4,8 |  |  |  |
|  |  | 47/17 |  |  |
| 6,8 | 9,5 |  |  |  |

Vậy f(2) = 5,5358; f(4) = 6,6426; f(6) = 5,455.

**Bài 3.4a (trang 05)**

**Bài 3.4b**

**Bài 5.5 (trang 09): Tính đạo hàm tại x0 cho trước**

Phương pháp sai phân tiến với h = 0,05

Phương pháp sai phân lùi với h = 0,05

Phương pháp ba điểm giữa với h = 0,05

Phương pháp sai phân tiến với h = 0,05

Phương pháp sai phân lùi với h = 0,05

Phương pháp ba điểm giữa với h = 0,05

MATLAB

|  |  |
| --- | --- |
| clc;  syms x  f = (exp(x^2)+2\*sin(x))/(cos(x)+x^2\*log(x));  x0 = 1; h = 0.05;  fspt = (subs(f,x,x0+h)-subs(f,x,x0))/h;  fspl = (subs(f,x,x0)-subs(f,x,x0-h))/h;  f3dg = (-subs(f,x,x0-h)+subs(f,x,x0+h))/(2\*h);  df = diff(f,x);  double(fspt)  double(fspl)  double(f3dg)  double(subs(df,x,x0)) | clc;  syms x  g = 1/(exp(cos(x))+log(sin(x)));  x0 = 2; h = 0.05;  gspt = (subs(g,x,x0+h)-subs(g,x,x0))/h;  gspl = (subs(g,x,x0)-subs(g,x,x0-h))/h;  g3dg = (-subs(g,x,x0-h)+subs(g,x,x0+h))/(2\*h);  dg = diff(g,x);  double(gspt)  double(gspl)  double(g3dg)  double(subs(dg,x,x0)) |

**Bài 6.11 (trang 12):**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ngày | 1 | 11 | 21 | 31 |
| Bia | 37 | 28 | 42 | 35 |
| Nước ngọt | 46 | 50 | 42 | 40 |

Số két bia (Simpson 3/8):

Số két nước ngọt (Simpson 3/8):

Doanh thu của cửa hàng:

Lợi nhuận của cửa hàng: ⇒ bán nước ngọt lời hơn

**Bài 7.7 (trang 13):**

Ta có phương trình vi phân: .

Sử dụng phương pháp Runge-Kutta bậc 3.

Vậy điện tích tại thời điểm t=3 có giá trị là 548,8889

**Bài 8.4 (trang 14):**

Dùng phương pháp Euler cải tiến:

Vậy số thỏ sau 3 tháng là 1126,506 con và số sói sau 3 tháng là 40,1328 con